Correction

Exercice 1 :

1°) D'après le diagramme de Bode

pour $\varphi = -180°$ $\Longrightarrow$ on a un gain $G = -12 dB$

donc on a une $MG = 0 - (-12) = \underline{\underline{12 dB}}$

Pour $G = 0 dB$ $\Longrightarrow$ on a une phase $\varphi = -95°$

donc $MP = 180 + (-95) = \underline{\underline{85°}}$

2°/ A la limite de stabilité on a pour $\varphi = -180°$ $G = 0 dB$

or pour cette phase on a un gain de $-12 dB$ il faut ajouter $12 dB$ pour arriver à $0 dB$

$20 \log K_0 = 12 \Longrightarrow K_0 = 10^{12/20}$

$K_0 = 10^{0,6} = 3,98$ $\boxed{K_0 \simeq 4}$

3°/ $K_1 \Longrightarrow MP \simeq 45°$

D'après le diagramme pour $\varphi = -135°$

$\Longrightarrow$ on a un Gain $G = -3 dB$

donc il faut ramener le Gain à $0 dB$

donc $20 \log K_1 = 3 dB \Longrightarrow K_1 = 10^{3/20}$

$K_1 = 10^{0,15} = 1,413$ $\boxed{K_1 \simeq 1,42}$

4°/ $K_2 \Longrightarrow MG = 10 dB$

Pour $\varphi = -180°$ on a $G = -12 dB$ il faut avoir un gain de $-10 dB$ donc il faut glisser la courbe du gain de $2 dB$ vers le haut.

$$K_2 = 2\,dB \Longrightarrow K_2 = 10^{2/20}$$

$$K_2 = 10^{0,1} = 1,26 \qquad \boxed{K_2 = 1,26}$$

Exercice 2

$$G(p) = \frac{45}{p(p+1)(p+10)}$$

il y a présence d'un intégrateur dans la chaîne directe $\Longrightarrow$ erreur statique nulle.

$$\boxed{\varepsilon_s(\infty) = 0}$$

vérification $\quad \varepsilon_s = \lim_{p \to 0} p\,\varepsilon(p) = \lim_{p \to 0} p \frac{E}{1+G(p)}$

avec $E(p) = 1/p$.

$$\varepsilon_s = \lim_{p \to 0} \cancel{p} \times \frac{1/\cancel{p}}{1 + \frac{45}{p(p+1)(p+10)}} = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{45}{p(p+1)(p+10)}}$$

$$\varepsilon_s = \frac{1}{\infty} = 0 \qquad \boxed{\varepsilon_s = 0}$$

erreur de dynamique (ou de vitesse):

il y a présence d'un intégrateur

donc $\varepsilon_d = \dfrac{1}{K}$

avec: $K = \lim_{p \to 0} FTBO(p) = \lim_{p \to 0} \cancel{p} \dfrac{45}{\cancel{p}(p+1)(p+10)}$

$$K = \frac{45}{1 \times 10} = 4{,}5$$

donc $\varepsilon_d = \frac{1}{4{,}5} = 22{,}2\%$

$$\boxed{\varepsilon_d = 22{,}2\%}$$

Exercice 3 FTBO : $G(p) = \frac{100}{(p+1)(p+10)}$

erreur statique en BF à retour unitaire :

$$\varepsilon_s = \lim_{p \to 0} p\,\varepsilon(p) = \lim_{p \to 0} p \frac{E(p)}{1 + G(p)}$$

avec $E(p) = 1/p$

donc $\varepsilon_s = \lim_{p \to 0} \cancel{p} \dfrac{1/\cancel{p}}{1 + \dfrac{100}{(p+1)(p+10)}}$

$$\varepsilon_s = \frac{1}{1 + \frac{100}{1 \times 10}} = \frac{1}{11} = 9{,}1\%$$

$$\boxed{\varepsilon_s = 9{,}1\%}$$

Marge de phase :

$MP = \pi + \varphi(\omega_{co}) = \pi + \arg G(j\omega_{co})$

$$G(j\omega) = \frac{100}{(j\omega+1)(j\omega+10)}$$

il faut d'abord ω_{co} tel que :

$20 \log |G(j\omega_{co})| = 0\ \text{dB} \Rightarrow$

$$|G(j\omega_{co})| = 1$$

$$\Rightarrow \frac{100}{(\omega_{co}^2+1)^{1/2}(\omega_{co}^2+100)^{1/2}} = 1$$

$$\Rightarrow (\omega_{co}^2+1)(\omega_{co}^2+100) = 100^2$$

$$\Rightarrow \quad \omega_{co}^4 + 101\,\omega_{co}^2 + 100 = 10^4$$

$$\Rightarrow \quad \omega_{co}^4 + 101\,\omega_{co}^2 - 9900 = 0$$

$$\begin{cases} X^2 + 101X - 9900 = 0 \\ X = \omega_{co}^2 \end{cases}$$

$$\Delta = 101^2 - 4\times(-9900) = 49801$$

$$X_1 = \frac{-101 + \sqrt{49801}}{2} = 61$$

$$X_2 = \frac{-101 - \sqrt{49801}}{2} = -162$$

seule la solution positive a un sens pour notre système asservi.

donc $X = 61 = \omega_{co}^2 \Rightarrow \omega_{co} = \sqrt{61}$

$$\boxed{\omega_{co} = 7{,}8 \text{ rad.s}^{-1}}$$

donc $MP = 180 + \arg G(j7{,}8)$

$$\arg G(j7{,}8) = -\tan^{-1}\omega_{co} - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{co}}{10}\right)$$

$$MP = 180 - \tan^{-1}(7{,}8) - \tan^{-1}\left(\frac{7{,}8}{10}\right)$$

$$\boxed{MP \simeq 59°}$$

Dépassement en Boucle Fermée

on a : Coefficient d'amortissement en BF

$$m_{BF} \simeq \frac{MP}{100} \simeq \frac{59}{100} \simeq 0{,}6$$

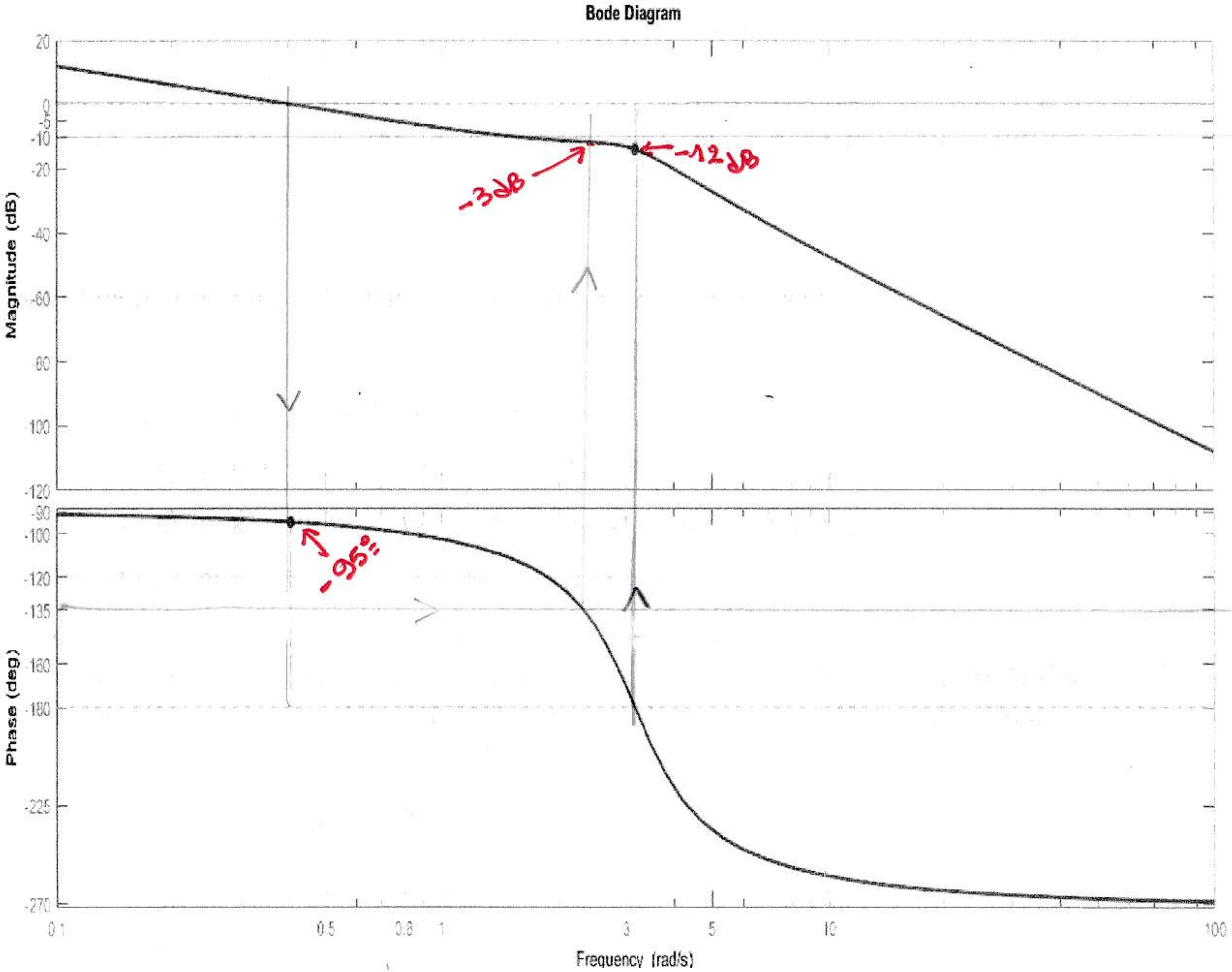
D'après le tableau des réponses indicielles pour un système de second ordre $\Rightarrow$ pour un facteur d'amortissement de 0,6 le 1er dépassement $\boxed{D_1 = 10\%}$

temps de montée

On a : $\boxed{\omega_{co} \times t_m \approx 3} \Rightarrow$

$$t_m = \frac{3}{\omega_{co}} = \frac{3}{7{,}8} \approx 385 ms$$

$$\boxed{t_m = 0{,}385 s}$$


Bode Diagram
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/s)
-3dB
-12dB
-95°