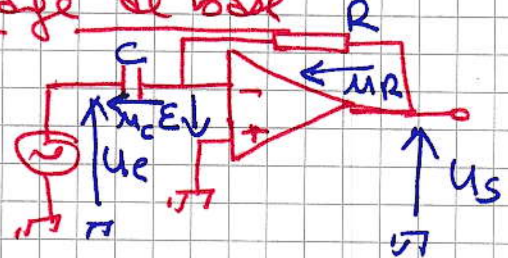
Correction TD : Dérivateur

1°/ Montage de base



1-1 on a $u_e - u_c + \varepsilon = 0$ ($\varepsilon = 0$ V car il y a une C R négative)

$\Rightarrow u_e - u_c = 0 \Rightarrow u_c = u_e$

et on a aussi : $u_s + Ri + \underbrace{\varepsilon}_{0} = 0$

$\Rightarrow u_s = -Ri$ et $i = C\dfrac{du_c}{dt} = C\dfrac{du_e}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{u_s = -RC\frac{du_e}{dt}}$$

1-2 $u_e = 4\sin\omega_1 t + 0{,}001\sin 1000\,\omega_1 t$

$$u_s = -\frac{du_e}{dt}\times RC = -RC(4\omega_1\cos\omega_1 t + 0{,}001\times1000\times\omega_1\cos 1000\,\omega_1 t)$$

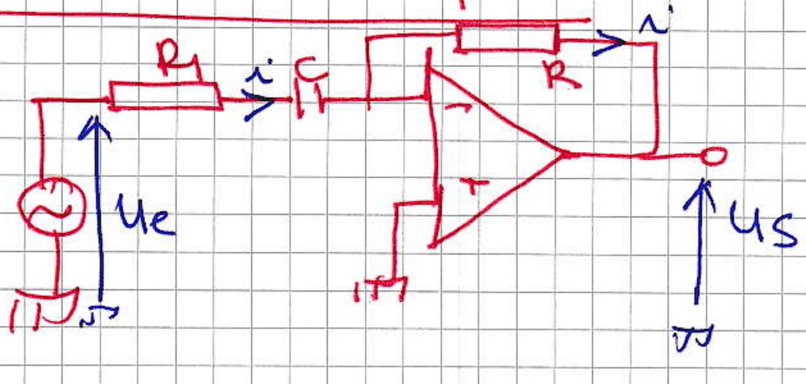
$$u_s = -(4RC\omega_1\cos\omega_1 t + RC\omega_1\cos 1000\,\omega_1 t)$$

$$RC\omega_1 = 10.10^3\times10.10^{-9}\times2\pi\times1600$$

$$RC\omega_1 \simeq 1$$

donc $\boxed{u_s(t) = -4\cos\omega_1 t - \cos 1000\,\omega_1 t}$

2°/ Dérivateur compensé



2

$u_e = 4 \sin \omega_1 t + 0{,}001 \sin \omega_1 \times 1000 t$

$f_1 = 1600\ Hz$

2-1 $\underline{H} = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = ?$

$$\underline{U_s} = -\frac{R}{R_1 + \underline{Z}_c}\,\underline{U_e} = -\frac{R}{R_1 + \frac{1}{jC\omega}} \cdot \underline{U_e}$$

$$\Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{-jRC\omega}{1 + jR_1C\omega} = -\frac{R}{R_1} \times \frac{+jR_1C\omega}{1 + jR_1C\omega}$$

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) = K \cdot \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}}$$

$K = -R/R_1$

$\omega_0 = \dfrac{1}{R_1 C}$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_1 C} = \frac{1}{2\pi \times 0{,}1 \times 10^{3} \times 10 \times 10^{-9}}$$

$\boxed{f_0 = 16\ kH}$

et $K = -\dfrac{R}{R_1} = \dfrac{-1}{0{,}1} = -10$

2-2 Diagrammes de Bode asymptotiques

$$H_{dB} = 20\log|H(j\omega)| = 20\log|K| \frac{\omega/\omega_0}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

lorsque $\omega \to 0$ $\quad H_{dB} \to -\infty$

lorsque $\omega \to +\infty$ $\quad H_{dB} \to 20\log|K|$

$H_{dB} = 20\log 10 = 20\,dB$

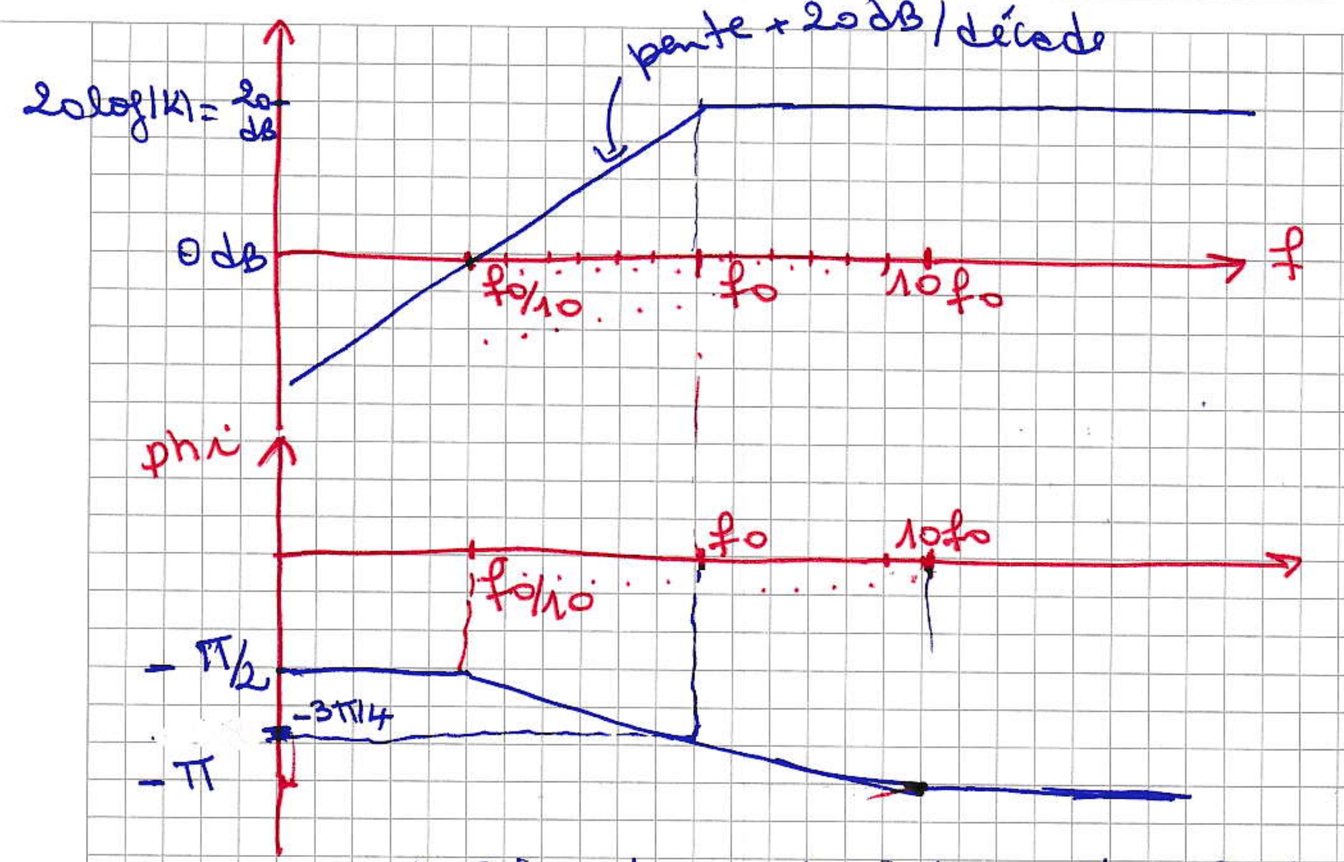
$\varphi(\omega) = \arg K + \arg(j\omega/\omega_0) - \arg(1 + j\omega/\omega_0)$

$\varphi(\omega) = -\pi + \pi/2 - \arctan\dfrac{\omega}{\omega_0}$

$= -\dfrac{\pi}{2} - \arctan\dfrac{\omega}{\omega_0}$

lorsque $\omega \to 0$ $\quad \varphi(\omega) \to -\dfrac{\pi}{2} - 0 = -\pi/2$

lorsque $\omega \to +\infty$ $\quad \varphi(\omega) \to -\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{2} = -\pi$



$u_e = 4\sin\omega_1 t + 0{,}001\sin 1000\omega_1 t$ $\quad f_1 = 1{,}6\,kHz$

2-3 Pour la composante $4\sin\omega_1 t$

on a $f_1 = 1{,}6\,kHz$ on est à $\frac{f_0}{10}$

il y a un écart de 20dB entre la fréquence $\frac{f_0}{10}$ et $f_0 \Rightarrow G(\frac{f_0}{10}) = 0\,dB$

$\Rightarrow H_{dB}(1{,}6\,kHz) = 0\,dB \Rightarrow H = 1$

la phase vaut $-\pi/2$

$\Rightarrow$ la sortie du filtre sera $4\sin(\omega t_1 - \frac{\pi}{2})$

$\boxed{u_s = -4\cos\omega_1 t}$

Pour la composante $0{,}001\sin 1000\omega_1 t$

$f = 1000 f_1 = 100 f_0 \Rightarrow$ le Gain reste constant à 20dB pour $f > f_0 \Rightarrow H = 10$

et l'argument phi $= -180° = -\pi$

$\Rightarrow$ à la sortie du filtre: $u_s = 10 \times 0{,}001\sin(1000\omega_1 t - \pi)$

$\boxed{u_s(t) = -0{,}01\cos 1000\omega_1 t}$

Pour une entrée $u_e = 4 \sin \omega_1 t + 0,001 \sin 1000\omega_1 t$

$\Longrightarrow$ la sortie du filtre :

$$\boxed{u_s(t) = -4\cos \omega_1 t - 0,01 \cos 1000\omega_1 t}$$

le rapport signal sur bruit :

$\frac{-4}{-0,01} = 400$, il est de 100 fois que le cas précédent où il est égal à $4/1 = 4$.

le bruit certe a été amplifié en sortie par rapport à l'entrée mais il reste négligeable par rapport à $-4\cos \omega_1 t$.

On peut conclure qu'il faut compenser un dérivateur si on souhaite pas que le signal de sortie ne soit pas perturbé par des signaux HF qu'on retrouve souvent dans les circuits électroniques.

2-4 Si l'entrée est constante, la sortie vaut 0. Le circuit dérivateur élimine la composante continue.