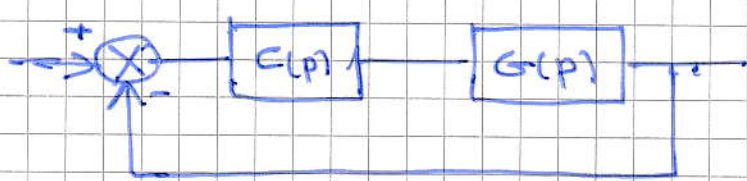


1

correction TD correction PD

$$G(p) = \frac{6}{p^2 + 7p - 8}$$



A0) 10/ F.T.B.F (fonction de transfert en boucle fermée). $C(p) = 1$

$$H(p) = \frac{C(p) \cdot G(p)}{1 + C(p) \cdot G(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p)}$$

$$H(p) = \frac{6}{p^2 + 7p - 8 + 6} = \frac{6}{p^2 + 7p - 2}$$

on calcule les pôles de $H(p)$:

$$p^2 + 7p - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{-7 + \sqrt{57}}{2} > 0 \\ p_2 = \frac{-7 - \sqrt{57}}{2} < 0 \end{cases}$$

Le FTBF possède un pôle $> 0 \Rightarrow$ le système est instable.

20/ $G(p) = \frac{6}{(p+8)(p-1)}$

B) $C(p) = K$

30/ FTBF: $H(p) = \frac{\frac{6K}{(p+8)(p-1)}}{1 + \frac{6K}{(p+8)(p-1)}}$

$$H(p) = \frac{6K}{p^2 + 7p - 8 + 6K}$$

40/ on utilise le critère de ROUTH

$D(p) = p^2 + 7p - 8 + 6K$	p^2	1	$6K - 8$
	p	7	0
	p^0	$6K - 8$	0

il faut que $6K - 8 > 0$

$K > 4/3$

5°/ $K \rightarrow$ régime aperiodique.

$$H(p) = \frac{6K}{p^2 + 7p + (6K-8)} = \frac{\frac{6K}{6K-8}}{\frac{p^2}{6K-8} + \frac{7}{6K-8}p + 1}$$

$$H(p) = \frac{K_0}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2z}{\omega_n}p + 1}$$

par identification on a:

$$\omega_n^2 = 6K-8 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{6K-8} \quad K > 4/3$$

$$\text{et } \frac{2z}{\omega_n} = \frac{7}{6K-8} \Rightarrow z = \frac{7\omega_n}{2(6K-8)}$$

$$z = \frac{7\sqrt{6K-8}}{2(6K-8)} = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6K-8}}$$

Pour être en régime aperiodique: il faut que le coefficient d'amortissement $z > 1$

$$\Rightarrow \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6K-8}} > 1 \Rightarrow \frac{7}{2} > \sqrt{6K-8}$$

$$\Rightarrow \frac{49}{4} > 6K-8 \Rightarrow 6K < \frac{49}{4} + 8$$

$$\Rightarrow 6K < \frac{81}{4} \Rightarrow K < \frac{81}{24} \Rightarrow \boxed{K < \frac{27}{8}}$$

$$K < \frac{3,33}{2,718} \text{ et } K > \frac{1,33}{4/3}$$

on choisit $\boxed{K=3}$

6°/ on a $S(+\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p S(p)$
(théorème de la valeur finale).

$$S(p) = E(p) \cdot H(p), \quad E(p) = \frac{1}{p} \quad \text{echelon}$$

$$= \frac{18}{p(p^2 + 7p + 10)} \quad \text{avec } K=3$$

$$S(+\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{18}{p^2 + 7p + 10} = \frac{18}{10} = 1,8$$

* l'événement indicielle avec $E(p) = \frac{1}{p}$
 $E(p) = E(p) (1 - H(p))$

$$E_i = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) (1 - H(p))$$

$$E_i = \lim_{p \rightarrow 0} p \times \frac{1}{p} \left(1 - \frac{18}{p^2 + 7p + 10} \right)$$

$$E_i = \lim_{p \rightarrow 0} \left(1 - \frac{18}{p^2 + 7p + 10} \right) = 1 - \frac{18}{10}$$

$$E_i = \frac{10 - 18}{10} = -\frac{8}{10} \Rightarrow \boxed{E_i = 80\%}$$

événement indicielle
 dite aussi :
 événement statique

* l'événement de traînage: (événement dynamique)

$$E(p) = E(p) (1 - H(p))$$

dans ce cas $E(p) = \frac{1}{p^2}$

$$E_t = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \times \frac{1}{p^2} \left(1 - \frac{18}{p^2 + 7p + 10} \right)$$

$$\boxed{E_t = +\infty}$$

c. Régulateur: Proportionnel Dérivée

$$C(p) = K(1 + T_d p)$$

70/ FTBO: $R(p) = \frac{6K(1 + T_d p)}{p^2 + 7p - 2} = \frac{6K(1 + T_d p)}{(p+8)(p-1)}$

on a un pôle instable 1

$$R(p) = \frac{6K(1 + T_d p)}{8(1 + \frac{1}{8}p)(p-1)} \quad \text{Si on choisit } T_d = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \boxed{R(p) = \frac{3K}{8} \cdot \frac{1}{p-1}}$$

80)

FTBF

$$H(p) = \frac{R(p)}{1 + R(p)}$$

$$H(p) = \frac{3K/8/(p-1)}{1 + \frac{3K}{8}(p-1)} = \frac{\frac{3K/8}{p-1}}{p-1 + \frac{3K}{8}}$$

$$H(p) = \frac{3K/8}{p + (\frac{3K}{8} - 1)} \quad K=3$$

$$H(p) = \frac{9/8}{p + \frac{9}{8} - 1} = \frac{9/8}{p + \frac{1}{8}}$$

erreur indicielle

$$E_i = \lim_{p \rightarrow \infty} p E(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \times \frac{1}{p} \left(1 - \frac{9/8}{p + 1/8}\right)$$

$$E_i = 1 - \frac{9/8}{1/8} = -8 \quad |E_i| = 800\%$$

l'intérêt de ce calcul est de stabiliser le système (instable au départ)

erreur de traînage: $E(p) = 1/p^2$

$$E_T = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p^2} (1 - H(p)) = +\infty$$

90/ $K?$ $E_i < 10\%$

$$H(p) = \frac{3K/8}{p + (\frac{3K}{8} - 1)}; E_i = \lim_{p \rightarrow \infty} p E(p) (1 - H(p))$$

$$E_i = \lim_{p \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3K/8}{p + \frac{3K}{8} - 1}\right) = 1 - \frac{3K/8}{\frac{3K}{8} - 1} < 0.1$$

$$\text{il faut que: } 1 - \frac{3K/8}{\frac{3K}{8} - 1} < 0.1$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{3K}{8} - 1 - 3K/8}{\frac{3K}{8} - 1} < 0.1 \Rightarrow \frac{-1}{\frac{3K}{8} - 1} < 0.1$$

$$\text{on pose } \frac{3K}{8} = x$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{x - 1} < 0.1$$

$$\frac{-1}{x-1} < 0,1 \quad x = 3K/8$$

$$-1 < x \times 0,1 - 0,1 \Rightarrow 0,1x > -0,9$$

$$\Rightarrow \boxed{x > -9}$$

$$x = 3K/8 > -9 \Rightarrow K > -\frac{9 \times 8}{3}$$

$$\boxed{K > -24}$$

$$E_L = 1 - \frac{3K/8}{\frac{3K}{8} - 1} = 1 - \frac{3 \times (-24/8)}{\frac{3 \times (-24)}{8} - 1}$$

$$E_L = 1 - \frac{3 \times (-3)}{3 \times (-3) - 1} = 1 + \frac{9}{-9-1}$$

$$E_L = 1 + \left(-\frac{9}{10}\right) = 0,1$$

il faut prendre un $\boxed{K > -24}$

Pour $K = -32 \Rightarrow E_L = \frac{-1}{\frac{3K}{8} - 1}$

$$E_L = \frac{-1}{\frac{3 \times (-32)}{8} - 1} = \frac{-1}{3 \times (-4) - 1} = \frac{-1}{-13} = \frac{1}{13}$$

$$\boxed{E_L = 7,7\%}$$

10° il faut insérer un intégrateur dans la chaîne directe.