

Exercice 3

$$G(p) = \frac{100}{(1+10p)(10+p)}$$

- Erreur de position (erreur statique) :

$$E(p) = \frac{E(p)}{1+G(p)}$$

on prend $E(p) = \frac{1}{p}$

$$E_s = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \times \frac{1/p}{1 + \frac{100}{(1+10p)(10+p)}}$$

$$E_s = \frac{1}{101} = 0.0099 = 9.9\%$$

- Erreur de vitesse (dérivage, dynamique)

on prend $E(p) = 1/p^2$

$$E_v = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \times \frac{1/p^2}{1 + \frac{100}{(1+10p)(10+p)}}$$

$$E_v = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p \left(1 + \frac{100}{(1+10p)(10+p)} \right)} = +\infty$$

Exercice 4

$$G(p) = \frac{10}{p(p+1)^2}$$

$$H(p) = \frac{G(p)}{1+G(p)} = \frac{10}{p(p+1)^2 + 10}$$

il y a présence d'un intégrateur dans la chaîne directe on vérifie que $E_s < 0$?

$$E_s = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \times E(p) (1 - H(p))$$

avec $E(p) = 1/p$

$$E_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \times \frac{1}{p} \left(1 - \frac{10}{p(p+1)^2 + 10} \right) = 0$$

Exercice 5

$$G(p) = \frac{K}{(p+3)^2} \quad K > 0$$

$$\text{donc } H(p) = \frac{G(p)}{1+G(p)} = \frac{K}{(p+3)^2 + K}$$

Euren statique on de position: $E(p) = \frac{1}{p}$

$$E_s = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{E(p)}{1+G(p)}$$

$$E_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \times \frac{1/p}{1 + \frac{K}{(p+3)^2}} = \frac{1}{1 + \frac{K}{9}} = \frac{9}{K+9}$$

$$\Rightarrow E_s = \frac{9}{K+9} = 0.05 \Rightarrow$$

$$0.05K + 9 \times 0.05 = 9 \Rightarrow K = \frac{9}{0.05} - 9$$

$$\boxed{K = 171}$$

Exercice 7 (Correction)

on a la relation : $\omega_{co} \approx \frac{3}{km}$

$$\Rightarrow \omega_{co} = \frac{3}{0.1} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$$

donc il faut choisir K pour que
à la pulsation ω_{co} on aie

$$20 \log |G(\omega_{co})| = 0 \text{ dB}$$

$$\text{donc } |G(\omega_{co})| = 1$$

$$\text{donc } G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega+10)} \quad K > 0$$

$$\text{et donc } |G(j\omega_{co})| = \left| \frac{K}{j\omega_{co}(j\omega_{co}+10)} \right| = 1$$

$$\Rightarrow K = |j\omega_{co}(j\omega_{co}+10)|$$

$$\Rightarrow K = \omega_{co} \sqrt{\omega_{co}^2 + 10^2} = 30 \sqrt{30^2 + 10^2}$$

$$\boxed{K = 940}$$

Marge de phase dans ce cas MP:

$$MP = \pi + \varphi(\omega_{co}) = \pi + \arg G(j\omega_{co})$$
$$\arg G(j\omega_{co}) = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{co}}{10}\right)$$

$$\text{donc } MP = \pi - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{co}}{10}\right)$$

$$MP = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{30}{10}\right) = 0.32 \text{ rad} \approx 18^\circ$$

on a la relation

$$m_{BF} = \frac{m_F}{100} = \frac{18}{100} = 0,18$$

Pour un coefficient d'amortissement
 $m = 0,18 \Rightarrow$ un 1^{er} dépassement
 $d \approx 55\%$