

Correction TD: Critère de ROUTH

Exercice 1:

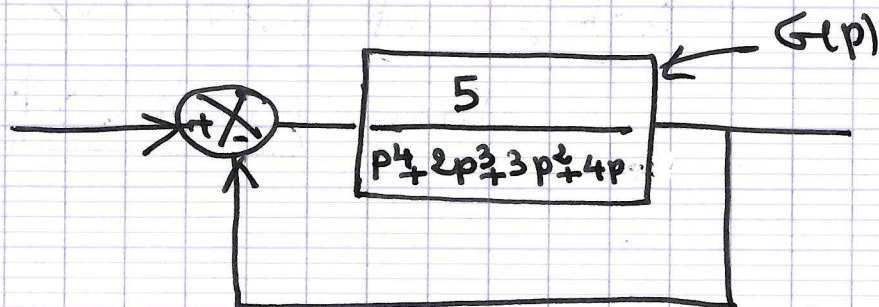
a)

$$D(p) = p^4 + 2p^3 + 3p^2 + 4p + 5 = 0$$

p4	1	3	5
p3	2	4	0
p2	$\frac{2 \times 3 - 4 \times 1}{2} = 1$	$\frac{2 \times 5 - 0 \times 1}{2} = 5$	0
p1	$\frac{1 \times 4 - 2 \times 5}{1} = -6$	0	0
p0	$\frac{-3 \times 0 + 0}{-6} = 0$	0	0

p4	1	3	5
p3	2	4	0
p2	1	5	0
p1	-6	0	0
p0	5	0	0

Les coefficients de la 1^{re} colonne n'ont pas le même signe : le système est instable



FTBF: $H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)} = \frac{5}{p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 4p + 5}$

$D(p)$

b) $D(p) = 5p^5 + 3p^4 + 2p^3 + 2p^2 + p + 1$

p^5

5

2

1

p^4

3

2

1

p^3

$$\frac{3 \times 2 - 2 \times 5}{3} = -1,33$$

$$\frac{3 \times 1 - 5 \times 1}{3} = -0,66$$

0

p^2

$$\frac{-\frac{4}{3} \times 2 - 3 \times (-\frac{2}{3})}{-4/3} = 0,5$$

$$\frac{-1,33 \times 1 - 0 \times 3}{-1,33} = 1$$

0

p^1

$$\frac{0,5 \times (-\frac{2}{3}) - 1 \times (-4/3)}{0,5} = 2$$

0

p^0

1

$$-\frac{4}{3} = -1,33$$

$$-\frac{2}{3} = -0,66$$

Les coefficients de la 1^{ère} colonne n'ont pas le même signe $\Rightarrow$ système instable

c)

$$D(p) = p^3 + 2p^2 + 4p + k$$

p^3

1

4

p^2

2

k

p^1

$$\frac{2 \times 4 - k \times 1}{2} = \frac{8-k}{2}$$

0

p^0

k

Pour que le système soit stable il faut:

$$\frac{8-k}{2} > 0 \text{ et } k > 0 \Rightarrow 8 < k \text{ et } k > 0$$

donc $\boxed{0 < k < 8}$

$$d) \quad D(p) = p^4 + 2p^3 + 4p^2 + 3p + k = 0$$

p^4	1	4	k
p^3	2	3	0
p^2	$\frac{2 \times 4 - 3 \times 1}{2} = 2.5$	$\frac{2 \times k - 0 \times 1}{2} = k$	0
p^1	$\frac{2.5 \times 3 - 2 \times k}{2.5}$	0	
p^0	k	0	

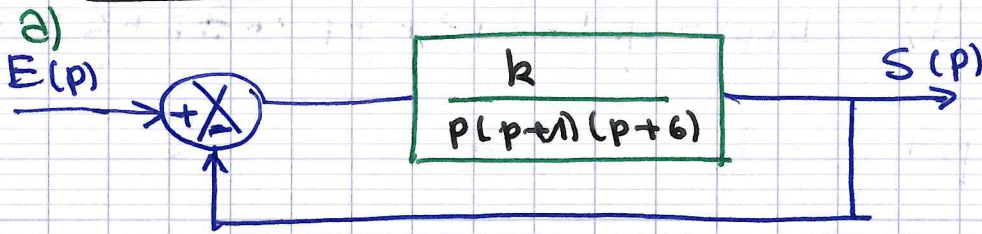
Pour que le système soit stable il faut que:

$$\frac{7.5 - 2k}{2.5} > 0 \quad \text{et} \quad k > 0$$

$$\Rightarrow k < \frac{7.5}{2} = 3.75 \quad \text{et} \quad k > 0$$

$$\text{donc} \quad \boxed{0 < k < 3.75}$$

Exercise 2



$$G(p) = \frac{k}{p(p+1)(p+6)}$$

$$FTBF = H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p) \times \frac{k(p)}{1}}$$

$$H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)}$$

$$H(p) = \frac{\frac{k}{p(p+1)(p+6)}}{1 + \frac{k}{p(p+1)(p+6)}} = \frac{k}{p(p+1)(p+6) + k}$$

$$D(p) = p(p+1)(p+6) + k = p^3 + 7p^2 + 6p + k = 0$$

$$p^3 \quad 1 \quad 6$$

$$p^2 \quad 7 \quad k$$

$$p^1 \quad \frac{7 \times 6 - k \times 1}{7} \quad 0$$

$$p^0 \quad k \quad 0$$

Pour que le système en B.F soit stable il faut:

$$\frac{42 - k}{7} > 0 \quad \text{et} \quad k > 0$$

$$\downarrow k < 42 \quad \text{et} \quad k > 0$$

$$\text{donc } 0 < k < 42$$

$$b) \quad G(p) = \frac{k}{p(p+2)(p+4)(p+6)}$$

$$\text{FTBF: } H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)}$$

$$H(p) = \frac{k}{p(p+2)(p+4)(p+6) + k} = \frac{k}{p^4 + 12p^3 + 44p^2 + 48p + k}$$

$$D(p) = p^4 + 12p^3 + 44p^2 + 48p + k$$

$$p^4 \quad 1 \quad 44 \quad k$$

$$p^3 \quad 12 \quad 48 \quad 0$$

$$p^2 \quad \frac{12 \times 44 - 48 \times 1}{12} = 40 \quad k$$

$$p^1 \quad \frac{40 \times 48 - 12 \times k}{40} \quad 0$$

$$p^0 \quad k$$

le système est stable en boucle fermée si

$$1920 - 12k > 0 \quad \text{et} \quad k > 0$$

↓

$$k < \frac{1920}{12} = 160$$

donc

$$\boxed{0 < k < 160}$$

